



Varianta evaluare sumativă - semestrul I – an școlar 2020-2021

Clasa XII-a, filiera teoretică, specializarea matematică-informatică

1. (20 p) Pe $\mathbb{R}$ definim legea $x \circ y = nx + ny - \frac{1}{6}xy$, $\forall x, y \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{R}$

- a) Aflați valorile $n \in \mathbb{R}$ pentru care legea este asociativă.
- b) Pentru $n = 1$, determinați elementul neutru al legii " $\circ$ ".
- c) Pentru $n = 1$, determinați elementele simetrizabile în raport cu legea " $\circ$ ".
- d) Pentru $n = 1$, rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x \circ x \circ x \circ x \circ x = x$.

2. (20 p) În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 7b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Q}, a^2 - 7b^2 = 1 \right\}$ și matricele

$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. a) Arătați că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$. b) Rezolvați în G ecuația matriceală $X^2 = I_2$.

3. (20 p) Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^{x-1} - 1, & x \leq 1 \\ 3 + x - \frac{4}{x^5}, & x > 1 \end{cases}$.

a) Calculați $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{4}{x^5} \right) \cdot \frac{1}{x^2 + 4} dx$. b) Calculați $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

4. (10 p) Se consideră $f, g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{x} \cdot \ln(4x)$, $f(x) = \frac{\ln(4x) + 2}{2\sqrt{x}}$.

- a) Să se arate că funcția g este primitivă a funcției f .
- b) Arătați că orice primitivă F a funcției f este concavă pe intervalul $\left(\frac{1}{4}, +\infty \right)$.

5. (20 p) Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}$ se consideră $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 - 25} dx$.

- a) Calculați I_2 .
- b) Arătați că $I_{n+2} = \frac{1}{n+1} + 25I_n$, pt. orice $n \in \mathbb{N}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 100 minute.

10 puncte oficiu.